15

DISSERTATIO PHYSICA
DE
MOTV CORPORVM

QVAM
SVB AVSPICIIS DIVINIS
RECTORE
VNIVERSITATIS EBERHARDINO-CAROLINAE
MAGNIFICENTISSIMO,
SERENISSIMO AC POTENTISSIMO DVCE ET DOMINO,
DOMINO
CAROLO
DVCE WIRTEMBERGIÆ AC TECCIÆ rel. rel.
PRÆSIDE

JOHANNE KIESIO,
VNIVERSITATIS ET COLLEGII ILLVSTRIS PROF. PHYSICES
ET MATHESEOS P. O. REGIÆ SCIENTIARVM ACADEMIÆ
BEROLINENSIS MEMBRO,

PRO OBTINENDIS SVMMIS IN PHILOSOPHIA HONORIBVS
Die Aug. MDCCLXXIV.
PVBLICE DEFENDENT

THEODOXVS FRIDERICVS JACOBVS KOENIG, *Bischofsheim.*
TOBIAS BENIGNVS CHRISTOPHORVS ENSLEN, *Stuttgard.*
CHRISTOPHORVS FRIDERICVS HELLWAG, *Calvensis.*
GVILIELMVS FRIDERICVS HELLWAG, *Canstadiensis.*
MAGISTERII PHILOS. CAND. IN STIP. THEOL. TVBINGENSI.

TVBINGÆ,
IMPRIMEBAT JOH. AD. SIGMVND.

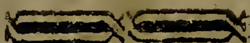


§. 1.

In explicatione curſus annui Phyſices *Segnerianæ* ſæpe animadverti, nonnullis meorum DDnn. Auditorum difficile intellectu eſſe, ſi in tractatione de *motu corporum* ſpatia per areas triangulorum, celeritates & tempora per lineas rectas, vires, unde motus corporum generatur, per pondera vel gravitatem in ſuperficie telluris exprimantur, hinc congruum duxi, his aliisque cognatis argumentis in hac tractatione lucem aliquam affundere.

§. 2.

Et ut ordine procedamus, ab initio ſtatim obſervamus, in geometria multo ſubtiliores rationes exhiberi poſſe, quam in arithmetica, & ſæpe tales, quæ arithmetice conſiderando finitum terminorum numerum reſpuunt, quæ vero in geometria exacte dari poſſunt; ita v. gr. ratio diagonalis quadrati ad latus ejusdem quadrati numericam expreſſionem finitam non admittit, quia $\sqrt{2}$ ſeriem numerorum infinitam exhibet 1, 4142635......... in infin.; in geometria autem $\sqrt{2}$; $\sqrt{3}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{7}$ &c. per lineas rectas finitas ſiſtuntur. Fig. I. ſit $a\alpha$, $\alpha 1$ unitas, erit linea $\alpha 1$ cui æqualis facta eſt $a2 = \sqrt{2}$; $\alpha 2$ vel æqualis $a3 = \sqrt{3}$; $a5 = \sqrt{5}$ &c.



§. 3.

Hæc ſcala geometrica tam multiplicationi quam diviſioni quadratorum inſervit. Sit fig. 2. quadratum datum, quæritur latus quadrati tripli, vel cujus area ſit triplo major area quadrati dati, ſolutio hæc eſt. Conſtruitur quarta geometrice proportionalis $a1 : a3$ (fig. 1.) $= AB$ (fig. 2.) : latus quadrati tripli. Reciproce: ſi latus quadrati ſubtripli (fig. 2.) inveniendum ſit, conſtruitur quarta proportionalis $a3 : a1 = AB$: latus quadrati ſubtripli.

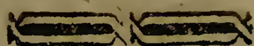
§. 4.

Et ope problematis geometrici: *invenire inter duas lineas rectas datas mediam geometrice proportionalem*: multæ aliæ rationes geometrice exhiberi poſſunt. Sint lineæ datæ p & q erit media geometrice proportionalis $\sqrt{pq}$, & $p : \sqrt{pq} = \sqrt{p} : \sqrt{q}$ jam inter p & $\sqrt{pq}$ quæratur iterum media geometrice proportionalis, quæ erit $\sqrt{(p\sqrt{pq})} = \sqrt[4]{(p^3q)}$ & $p : \sqrt[4]{p^3q} = \sqrt[4]{p} : \sqrt[4]{q}$. & ulterius inter p & $\sqrt[4]{p^3q}$ conſtruatur med. proport. $= \sqrt[8]{p}\sqrt[8]{(p^7q)}$ tum obtinebimus $p : \sqrt[8]{p^7q} = \sqrt[8]{p} : \sqrt[8]{q}$. & ſic continuando.

§. 5.

Ope problematis geometrici: *invenire ad duas lineas rectas datas tertiam geometrice proportionalem*: variarum rationum conſtructio geometrica obtinetur. Sint iterum lineæ datæ p & q, conſtruatur ad has tertia proportionalis $= \frac{q^2}{p}$ & $p : \frac{q^2}{p} = p^2 : q^2$; ad q & $\frac{q^2}{p}$ conſtruatur tertia proportionalis $= \frac{q^3}{p^2}$ & $p : \frac{q^3}{p^2} = p^3 : q^3$; ad $\frac{q^2}{p}$ & $\frac{q^3}{p^2}$ conſtruatur iterum tertia proportionalis $= \frac{q^4}{p^3}$ & $p : \frac{q^4}{p^3} = p^4 : q^4$. Si p pro unitate aſſumatur, ſequentes

ratio-



rationes geometrice construi possunt $1 : \sqrt{q}$; $1 : \sqrt[4]{q}$; $1 : \sqrt[8]{q}$; $1 : \sqrt[16]{q}$ &c. §. 4. & porro $1 : q^2$; $1 : q^3$; $1 : q^4$ &c. quae considerationes egregie illustrant seriem illam geometricam numerorum, pro quibus logarithmi 0, 1, 2, 3, &c. assumti sunt, qui in arithmetica progressione incedunt.

§. 6.

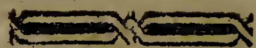
Series superior etiam retro potest prolongari $q : p = p : \frac{p^2}{q}$; $p : \frac{p^2}{q} = \frac{p^2}{q} : \frac{p^3}{q^2}$; $\frac{p^2}{q} : \frac{p^3}{q^2} = \frac{p^3}{q^2} : \frac{p^4}{q^3}$ & iterum sumendo pro p unitatem, sequentes rationes geometrice construuntur $1 : \frac{1}{q}$; $1 : \frac{1}{q^2}$; $1 : \frac{1}{q^3}$ &c. vid. *Arithmetic. Illustr. Kaestneri* Cap. VI.

Scholion:

Vox *logarithmus* adaequate exprimit naturam harum functionum, quae sunt numerus rationum; per rationem, si simpliciter ita dicatur, semper concipitur ratio geometrica, & expresse monendum est, si alia intelligatur; & *numerus* rationum complectitur rationes similes vel aequales.

§. 7.

Cum p ad q in §§is praecedentibus possit tenere rationem quamcunque, vel uti numeri integri, vel fracti iique tam spurii quam veri, vel uti surdi, patet, quam subtilibus rationibus exprimendis ratio linearum rectarum sufficiat. Saepe tamen rationem duarum quantitatum per rationem planorum exhibendi via aptior est, id quod inprimis fieri solet, si termini rationis sint quantitates compositae, v. g. $ab : cd$ ita in physicis haud raro spatiorum rectilineorum ratio per rationem planorum repraesentari solet, in multis enim casibus multo lucidior est ratio $ab : cd$ quam aequipollens per linearum rectarum rationem expressa



$a : \frac{cd}{b}$, in qua $\frac{cd}{b}$ eſt recta, & quarta geometrice proportionalis ad $b : c = d$.

§. 8.

Vires, quæ motum generant, cum ponderibus comparari mirum non eſt, quia gravitas in ſuperficie telluris eſt potentia nobis omnibus maxime cognita, ubique locorum & omni temporis puncto obtinet, & proportionalis moli corporis quam proxime, atque in corpora mota fere operatur ut in quieſcentia, & in minimis diſtantiis *Galilæi* theoria vera eſt.

§. 9.

NEWTONUS & ejus aſſeclæ loco gravitatis ſæpe uſi ſunt voce attractionis, quia tendentia corporum ad centrum telluris idem phænomenon exprimit, ac ſi corpora à centro terræ attrahantur; ſed ab his philoſophis gravitas nunquam inter proprietates corporis eſſentiales relata, ſed conſiderata potius fuit tanquam principium ad conſervanda corpora mundi totalia, nam ſi talis vis non ineſſet planetis, per motum eorum continuum circa ſolem, & nonnullorum circa ſuos axes partes molem eorum conſtituentes plane diſſiparentur, & in ſpatium immenſum avolarent, gravitas ergo reciproca materiæ aliquem globum conficientis requiritur ad ornatum ſyſtematis planetarii tuendum.

§. 10.

Cum igitur materia in ſuperficie Jovis gravis ſit in centrum Jovis, & materia in ſuperficie Saturni tendat ad centrum Saturni, id quod etiam fit in ſuperficiebus ſtellarum fixarum, patet, gravitatem vel tendentiam ad determinatum aliquod centrum materiæ non eſſe eſſentialem, ſed eam eſſe indifferentem ad gravitatem vel tendentiam quamcunque, vel materiam tendere in mundo ad centra infinita.

§. 11.

Gravitatem iſtam Newtonianam univerſalem à fluido continuo & denſo generari non poſſe cuivis perſpicuum eſt, qui conſi-

derat



derat, quantam resistentiam tale medium pareret motui projectorum. Fluidi discreti & rari, parum massæ, sed ingentem celeritatem habentis resistentia admodum parva, & omnem sensum effugiens fieri potest, hinc etiam NEWTONVS attractiones verius dici impulsus sæpe monuit.

§. 12.

Celeberrimus FATIO à DVILLIER in Tomo III. Opp. LEIBNITII sub finem ita scribit: M. NEWTON *est encore indeterminé sur ces deux sentimens, le premier, que la cause de la pésanteur soit inhérente à la matiere; l'autre, que la pésanteur soit produite par la cause méchanique que j'ai trouvée. Je suppose une matiere presqu' infiniment rare, & extrémement deliée, dispersée par tout l'Univers, & dont les parties sont mues chacune avec une vitesse immense en ligne droite, mais l'une en un sens, & l'autre en un autre, je démontre que ces deux suppositions suffisent pour expliquer tous les phenomenes de la pesanteur, & M. Newton convient de l'exactitude de mes demonstrations.*

§. 13.

Ill. LE SAGE Philosophus Genevensis in elementis *Chemiæ mechanicæ* demonstravit, in fluido tantæ raritatis corporibus motis nullam sensilem resistentiam opponi posse, & planetas circa solem converti, quasi in vacuo incederent. Neque summa hujus fluidi rarissimi celeritas corporibus in eo latis aliquam remoram inducet; cum enim hujus fluidi partes moveantur in omnes plagas, quantum ex una parte renituntur motui corporum, tantum ex altera parte eum promovent, sic ut retardatio & acceleratio ab hoc fluido tam tenui oriunda sese destruant.

§. 14.

Regulas conflictus corporum tam perfecte durorum quam perfecte mollium consulamus in Physica SEGNERI Auctoris nostri classici §§. 542. & seqq. Sit M massa alicujus corporis, c ejus celeritas, m massa fluidi gravifici, quod idem volumen cum corpore habet, & quiescat, vel ejus celeritas sit nulla, erit celeri-

tas

tas poſt conflictum corpori & fluido communis $\frac{Mc}{M+m}$, ergo celeritas corporis amiſſa $c - \frac{Mc}{M+m} = \frac{mc}{M+m}$. Jam ponamus fluidi gravifici partes maxima celeritate moveri, ſit hæc celeritas $=$ C fere infinities major c, & computemus iterum tam lucrum quam jacturam celeritatis corporis M, erit jam per occurſum fluidi gravifici celeritas communis $\frac{Mc - mC}{M+m}$, ergo celeritas corporis amiſſa $c - \frac{M - cmC}{M+m} = m\frac{(C+c)}{M+m}$ §. 549. Phyſ. SEGNER. Cum autem fluidum gravificum in eandem plagam corpus hoc motum ſua immenſa velocitate inſequatur, erit maſſæ M celeritas acquiſita $\frac{Mc + mC}{M+m} - c = \frac{m(C-c)}{M+m}$, & ſi hoc lucrum à jactura auferatur, erit jactura adhuc $\frac{2mc}{M+m}$.

Coroll.

Si fluidum gravificum quieſceret, jactura celeritatis, quam corpus in eo motum patitur, eſt $\frac{mc}{M+m}$ quæ ob ſummam raritatem materiæ æthereæ non eſt ſenſibilis & quaſi nulla, hinc etiam jactura celeritatis, ſi partes ætheris celerrime moventur, & quæ exprimitur per $\frac{2mc}{M+m}$, admodum exigua erit.

§. 15.

Hoc loco etiam Ill. le SAGE explicationem mechanicam gravitatis univerſalis præterire non poſſum, quia à Summis Viris applauſum meruit, & in multis ſcientiarum academiis admiratione ſumma excipitur. Ejus hypotheſis l. c. huc fere redit: *Ponamus à Deo in immenſo ſpatio determinatum fuiſſe locum, in quo mun-*

dum



dum præsentem condiderit, deinde creatas ad maximam & immensam forte distantiam sphæras ultra-mundanas, contiguas alias aliis superimpositas, NUMERO SUFFICIENTI, *atque ita singulas in* VARIIS *a mundo nostro* DISTANTIIS, *& ex corpusculis separatis, luce longe tenuioribus, compositas: tunc simul & semel in primo creationis momento omnia illa corpuscula versus spatium mundanum æquali*, sed *immani celeritate normaliter ad plana singula circulorum sphæræ cujusvis mundanæ maximorum ex omnibus superficierum illorum ultra-mundanorum globorum punctis projecta,* atque *ita directa & conferta posita, ut ad minimam, ad quam in spatio mundano perveniunt, distantiam magis tamen inter se binatim distent, quam tota unius diametro.* Ex hac hypothesi ficta ingeniosus Auctor omnia gravitatis universalis Newtonianæ phænomena l. c. mira facilitate deducit.

§. 16.

Vt jam ad vires, quæ cum ponderibus, vel gravitate terrestri comparantur, redeamus, & cum eæ vires variæ sint, ab aqua, aere, igne, varii generis animalibus, ab elastris &c. pendentes, & earum directio varia sit, jure quæritur, an hæ potententiæ per gravitatem, cujus directio unica est, ad centrum telluris tendens, explicari possint, sed ad hoc dubium jam respondit Ill. *Segnerus* in Physicæ suæ elementis. §§. 108 & seqq. fila scilicet flexibilia supra trochleas mobilia repræsentant omnes potentiarum directiones.

§. 17.

In motu corporis quinque quantitates considerandæ occurrunt 1) spatium à mobili percursum 2) celeritas qua corpus movetur 3) tempus quod ad motum absolvendum consumitur 4) massa ipsa mota 5) vis vel potentia, à qua motus proficiscitur. Consideremus primo eas vires, quæ corpus dum movetur, nunquam deserunt, sed continuo in illud *uniformiter* operantur, inter quas gravitatem in superficie telluris refero, quæ secundum theoriam *Galilæi* constans est in minoribus à superficie telluris distantiis; in tali motu spatia percursa rectilinea sunt eo majora, quo diutius ope-



ratur potentia, & quo majorem celeritatem corpori imprimit, hinc prima regula motus uniformiter accelerati hæc est: Sint S & s duo spatia inæqualia, C & c celeritates, quas duæ potentiæ diversæ sed quarum utraque tamen uniformiter agit, imprimunt corpori T & t. sint tempora consumta. I. $S : s = CT : ct$.

Cum igitur ratio spatiorum per rationem compositam exprimatur, recte explicari potest ea per rationem planorum, spatia sint vel rectilinea, vel curva; si v. g. corpora in diversis circulis concentricis motu æquabili ferantur, & in centro communi posita sit vis attrahens, tunc si S & s sint peripheriæ circulorum, T & t denotabunt tempora periodica, & erit posita ratione peripheriarum = rationi diametrorum D, & d: C & c designantibus celeritates projectiles $D : d = CT : ct$.

§. 18.

Altera formula, quæ motum à vi uniformiter agente oriundum complet, est hæc:

$$\text{II. } C : c = \frac{VT}{M} : \frac{vt}{m}$$

C & c celeritates à potentiis V & v impressas, M & m massas corporum motorum repræsentant. Potentia scilicet major diutius operans minori massæ majorem celeritatem inducit.

§. 19.

Utramque motus formulam demonstrat Ill. *Segnerus* in Physica §§ 498 & 499. Applicatur deinde hæc theoria ad lapsum corporis liberum in medio non resistente, vel in vacuo, postea ad motum corporis projecti & denique ad descensum coactum corporis per planum inclinatum.

§. 20.

Sit fig. 3 AH scala temporum æqualium, ita ut ratio temporum exprimatur per rationem partium hujus lineæ verticalis AH; AB denotet unitatem temporis, v. g. unum minutum temporis secundum, $AC = 2AB$ duo minuta temporis secunda repræsentat, AD tria, AE quatuor &c. Celeritas corporis quiescentis in A, & ex A libere labentis tempore AB acquisita sit Bb,

tem-



tempore duplo ea sit $Cc = 2\,Bb$; triplo $Dd = 3\,Bb$, quia gravitas terrestris uniformiter corpus accelerat, & quia spatia rectilinea sunt uti CT, spatia à corpore gravi libere percursa verticalia sunt uti areæ triangulorum ABb tempore simplo, ACc tempore duplo, ADd tempore triplo &c. §. 491. Phys. SEGNER. vel cum plana similia sint inter se uti quadrata laterum homologorum, erunt altitudines verticales absolute uti AB^2 ad AC^2, ad AD^2, vel $S : s = AB^2 : AD^2$ hoc est spatia sunt uti quadrata temporum vel celeritatum cadendo acquisitarum. Tempore duplo igitur quadruplo major altitudo, tempore triplo novies major &c. altitudo absolvitur à corpore labente.

§. 21.

Et cum experimentis constet, corpus libere labens percurrere intra minutum temporis secundum altitudinem 15625 partibus millesimis pedis rhenani expressam, spatia duplo, triplo quocunque multiplo tempore confecta facile possunt computari, 4(15625); 9(15625); 16(15625); n^2(15625); hæc spatia nempe progrediuntur in ratione duplicata numerorum naturalium. 1, 2^2, 3^2 4^2 . . . n^2.

§. 22.

Si vero spatia non ab initio motus sed determinato aliquo tempore percursa desiderentur, erunt ea uti numeri impares. Sint tempora adhuc æqualia, erunt spatia tempore primo, secundo, tertio, quarto absoluta, 16625; 3(16625); 5(16625); 7(16625) partium millesimarum pedis rhenani, & summa numerorum

1, 3, 5, 7, 9 11 . . . . est n^2

1, 2, 3, 4, 5, 6 . . . . n numerus terminorum in serie superiore ita v. g. 6 termini progressionis arithmeticæ, quæ incipit ab unitate, & in qua differentia communis est 2, conficiunt summam $6^2 = 36$.

§. 23.

In motu uniformiter accelerato & à gravitate producto ratio spatiorum percursorum repræsentatur per rationem triangulorum fig. 3. sed si alia potentia statim ab initio corpori eandem celeritatem Aa fig. 4 = Hh fig. 3. quam gravitas ei successive per tem-

 pus



pus *AH* cadenti tribuit, imprimeret & deinde mobile desereret hoc motu æquabili duplo majus spatium eodem tempore conficeretur, ex triangulo *AHh* fieret rectangulum *AahH.* vid. §. 490 Phys. SEGNER.

§. 24.

In motu corporis vel horizontaliter vel oblique ad horizontem projecti, viam esse curvilineam & parabolicam patet, nam vis projiciens celeritatem determinatam corpori imprimit, & deinde deserit mobile adeoque motu æquabili describeret lineam rectam *AB* fig. 5. quæ vel horizontalis vel inclinata ad horizontem esse potest, sed gravitas terrestris continuo operatur in projectile & quidem secundum lineas parallelas (quoniam distantia, ad quam projectile progreditur, cum radio telluris comparata admodum exigua est) si *AB* dividatur in partes æquales $AD = DC = CE = EB$. Primo tempore ponamus celeritate a potentia projiciente pervenisse corpus ab *A* ad *D* & per gravitatem naturalem cecidisse per lineam verticalem $D\delta$, secundo tempore progredi vult ex δ ad *d* sed gravitas illud detrudit durante hoc tempore per $d\gamma$, tertio tempore cum absolveret γe, cadit successive per altitudinem quæ est æqualis lineæ $e\varepsilon$, adeoque a corpusculo gravi altitudines verticales percursæ conficiunt progressionem arithmeticam, cujus differentia terminorum communis est 2. 1 3 5 7 9 &c. perspicuum est, viam per A, δ, γ, ε transeuntem esse parabolam *Apollonianam*, quæ quadrari sed non rectificari potest.

§. 25.

Si corporis per planum verticale descendere conantis lapsus sit impediendus, tunc potentia retrahens vel casum prohibens debet esse æqualis ponderi corporis; si vero grave in plano horizontali sit conservandum, potentia illud conservans est $= o$; plano ad horizontem inclinato incumbentis corporis lapsus impeditur, si ei potentia opponitur, quæ non est $= o$, neque etiam æqualis ejus ponderi, sed media quædam, v. g. si longitudo plani inclinati sit triplo major ejus altitudine, potentia conservans grave est saltem $\frac{1}{3}$ ponderis corporis, & in genere, potentia, quæ pondus in æquilibrio tenet, ut non decidat per planum inclinatum, (si longitudo sit *l*, altitu-



altitudo a, incumbentis corporis gravitas integra g) exprimitur per $\frac{ag}{l}$, quæ potentia si non opponatur, corpus descendit per planum inclinatum.

§. 26.

Vocatur hæc gravitas, quæ pars est integræ gravitatis corporis, cum qua grave per planum inclinatum descendit, *respectiva*, & cum spatia à corpore in plano inclinato $= l$, & verticali absoluta sint $= a$, erunt vires ad motum sollicitantes (in plano inclin. $= \frac{ag}{l}$ in verticali $= g$) $= a : l$, i. e. reciproce uti spatia & secunda formula motus § 18. tradita $C : c = \frac{VT}{M} : \frac{vt}{m}$ abit in hanc $C : c = sT : St$ (nam M & m ponuntur æquales) quæ si combinetur cum prima lege motus $CT : ct = S : s$, habebimus $C^2 = c^2$ & $C = c$. Corpus ergo per altitudinem vel longitudinem plani inclinati cadendo in fine lapsus eandem habet celeritatem. Tempora vero insumta ad descensum per altitudinem & longitudinem plani inclinati sunt in ratione directa spatiorum, $T : t = S : s$ ergo tempus descensus per planum inclinatum diutius durat.

§. 27.

Manente ergo altitudine verticali, si corpus etiam in curva quæ composita ex infinite parvis & infinite multis planis inclinatis consideratur, ex puncto lineæ superioris horizontalis decidat, eandem acquirit celeritatem in fine lapsus, ac si libere per lineam rectam, æqualem distantiæ utriusque horizontalis, fuisset delapsum.

§. 28.

In motu, qui à gravitate terrestri generatur, massarum ratio non habetur, nam gravitas *acceleratrix* est eadem, quod α) illud experimentum demonstrat, quo plumula levissima & corpus ponderosum ex eadem altitudine eodem tempore in vacuo ad eundem fundum horizontalem perveniunt β) quo pendulorum ejusdem longitudinis in eodem loco oscillationes sunt isochronæ, si *inæquali* pondere sunt onusta γ) sequenti ratiocinio eruitur eadem

 veri-



veritas. Duo, tres, quatuor &c. globi æque denſi & ejusdem diametri & à ſe invicem ſeparati ex eadem altitudine ſimul cadentes eodem tempore ad eundem fundum horizontalem pervenient; pone jam hos globos cohærere inter ſe, vel conglutinari, lapſus eorum erit ut ante, adeoque gravitas *acceleratrix* in maſſa majori vel minori eſt ſemper eadem.

§. 29.

Cum gravitate naturali Ill. *Segnerus* comparat plures alias vires, elaſtra, tenſiones &c. & Phyſici moderni vim cordis, muſculorum per pondera exprimunt. Ponamus unaquaque cordis ſyſtole ejici ſanguinis unciam unam cum dimidia ea celeritate, qua ſanguis ad altitudinem octo pedum aſcendere poſſet, ſi nullam reſiſtentiam inveniret, quæ cum experimentis HALESII optime conveniunt. Ponamus jam ulterius, numerum ſyſtolarum cordis una hora oriundarum eſſe = 4000, vis cordis abſoluta menſuratur per elevationem 6000 unciarum vel 375 librarum quavis hora ad altitudinem 8 ped. & cum vires vivæ ſint in ratione compoſita ponderum & altitudinum, 375 × 8 = 3000 eſt vis cordis hora quavis exercita, i. e. talis quæ poſſet tollere onus 3000 libr. ad altitudinem unius pedis, vel 1000 libr. ad alt. 3 ped. vel 100 libr. ad alt. 30 ped.

§. 30.

Ponamus aliud exemplum. Comparemus vim cordis cum vi muſculorum omnium, qui agunt, dum homo montem conſcendit; ſit pondus hominis 150 libr. & altitudo verticalis, ad quam qualibet hora ſe attollit 4000 ped. erit tunc vis dictorum muſculorum = 150 × 4000 = 600000, quæ vis ducenties major eſt vi cordis humani.

§. 31.

Aliud exemplum affert b. KRAFT in Tom. II. Phyſices § 58. ubi demonſtrat, ad pondus 30 librarum, quod homo manu tenet, requiri vim muſculi æquilibrantem 1000 libr. Vires magnetica, electrica etiam cum ponderibus comparantur; prioris menſura, eſt ratio ponderis magnetis ad pondus materiæ ferreæ, attractum, electri-

electrici ignis mensuram exhibent *electometra*, quæ per pondera exprimunt vim electricitatis.

§. 32.

Ipsa cohæsio corporum solidorum ponderibus mensuratur, & theoria cunei, cujus ope cohæsio partium corporis solidi superanda est, inde illustratur vid. Tom. I. Physices KRAFTIANÆ Cap. XI. & experimenta *Buffoniana* cohæsionis varii generis lignorum in *Memoir de l'Academie des sciences de Paris* 1741. quæ in vernaculam linguam traducta comparent in Tom. V. Promtuarii Hamburgensis. Cohærentia etiam fluidorum cum solidis per pondera exploratur.

§. 33.

Motus, qui à viribus uniformiter non operantibus producitur, in *Mechanica sublimiore* peculiariter pertractatur, si tamen talis motus sit perquam exiguus, etiam ad Physicam referri potest. Ill. SEGNERUS regulas hujus motus in Physica exhibet, easque applicat ad motus minimos, oscillationem pendulorum, vibrationem cordarum musicarum, ad motum qui ab elastris proficiscitur, qualis est in horologiis portatilibus, & in motu producendo minimo potentia tanquam uniformiter agens considerari potest, hinc superiores motus formulæ locum habent, si quantitatibus minimis d præponatur, ita v. g. dS denotat spatium minimum.

I. $dC : dc = \frac{V dT}{M} : \frac{v dt}{m}$

II. $dS : ds = dC \times dT : dc \times dt$

§. 34.

Cum oscillationem pendulorum jam anno abhinc in Dissertatione: *de lege gravitatis Newtoniana* satis exposuerimus, properamus jam ad vibrationem cordarum musicarum, quæ elasticæ sunt, adeoque extensæ iterum figuram priorem restituunt, cessante vi externa. Sit fig. 6 *CBE* talis corda in *C* & *E* fixa, vis quædam externa ex puncto *B* medio eam percutiat, ut in situm *CAE* perveniat, vi sua elastica resiliet ad *B*, & cum in hoc puncto maxi-



maximam celeritatem acquisiverit, ultrà adhuc usque α progredietur, ita ut BA futura sit æqualis αB, & post absolutas aliquot vibrationes tandem in situ CBE primo quiescet. Exprimamus tensionem cordæ per pondus ei appensum, P, ita ut punctum E fixum maneat, quo gravius enim hoc P est, eo fortior erit tensio. In situ chordæ CAE vis, qua punctum medium A secundum directionem AE trahitur, est ad vim quæ inde oritur, & quæ secundum directionem AB agit uti AE est ad $A\alpha$, & cum AE non notabiliter differat ab EB in hoc casu, vis punctum A secundum AB trahens per $2AB$ potest exprimi, si vis P chordam tendens per EB exhibeatur; si omnia reliqua maneant ut ante, sed vis externa percutiens chordam ad situm CDE redegerit, vis, quæ punctum chordæ medium A ad B trahit, est ad vim quæ D ad B movet, uti $2AB : 2BD = AB : BD$. & si alia chorda fig. 7. assumatur, instituatur idem ratiocinium, & Auctor noster §. 529 tandem concludit; $V : v = \frac{PdS}{L} : \frac{pds}{l}$, ubi L & l longitudines chordarum denotant, vis enim restituens debet esse eo major, quo major est tensio chordæ vel P, quo majus est spatium (AB, BD) per quod punctum medium chordæ retrahere debet; & quo brevior est chorda. Massæ chordarum nunc etiam computandæ sunt, quæ per regulam de Tri invenitur.

unus pollex ponderat G, L pollices ponderant LG. Regulæ ergo motus superius traditæ abeunt in has

I $dS : ds = dC \times dT : dc \times dt$

II $dC : dc = \frac{PdS}{L} \times dT \times \frac{1}{LG} : \frac{pds}{l} \times dt \times \frac{1}{lg}$ & multiplicando in [illegible]

invicem $\frac{PdT^2}{L^2G} = \frac{pdt^2}{l^2g}$; $dT^2 : dt^2 = \frac{L^2G}{P} : \frac{l^2g}{p}$ vel si massæ pe[r]

M & m exprimantur, quæ fuerunt LG & lg, $dT^2 : dt^2 = \frac{LM}{P} : \frac{l[m]}{[p]}$

tempus unius vibrationis chordæ erit majus, quo longior & pon[]derosior, & quo minus tensa est chorda.

Co

Cor.

Sint $G=g$ & $P=p$, erunt

$dT^2 : dt^2 = L^2 : l^2$

$dT : dt = L : l$. ergo tempora unius vibrationis ſunt uti longitudines chordarum.

Sint $G = g$ & $L = l$, erunt

$dT^2 : dt^2 = \frac{1}{P} : \frac{1}{p}$, ergo quadrata temporum unius vibrationis ſunt reciproce uti tenſiones ſchordarum, ſi ergo $P = 4p$, erunt

$dT^2 : dt^2 = 1 : 4$ vel $dT : dt = 1 : 2$

Sint $L = l$; $P = p$, erunt

$dT^2 : dt^2 = G : g$ ergo quadrata temporum ſunt uti pondera chordarum, & ſi $G = 4g$; $dT : dt = 2 : 1$

§. 35.

Pergimus jam ad actionem corporum elaſticorum, fig. 8. Contineatur in parallelepipedo cavo ubique ejusdem ampiitudinis elaſtrum, quod ſibi ſoli relictum totam cavitatem replet, ita ut à fundo usque ad *D* verticem pertingat; jam fundo mobili & gravitatis experti imponatur pondus *E*, & elaſtrum ejus vi deſcendat ad *B*, jam longitudo parallelepipedi dividatur in partes æquales, *BD* pro unitâte ſumta, $BD = BF = FG$ &c. quousque compreſſio elaſtri hanc diviſionem permittit, dico à duplo pondere *E* elaſtrum ad *F*, à triplo ad *G* deſcenſurum eſſe, ita ut pondus, quod eſt ad *E* uti *HD* ad *DB* elaſtri deſcenſum ad *H* usque generet. Jam ponamus, elaſtrum hærere ad *B*, pondus *E* manere invariatum & accedere vim quandam extrinſecam v. g. manum meam, quæ detrudat *E*, ut fundus mobilis & elaſtrum deſcendat ad *H*, pone porro potentiam externam ſubito ceſſare, elater vi ſua fundum cum impoſito pondere in altum movebit, donec quieſcat prope *B*, vel occupet ſitum priſtinum. Jam aliud elaſtrum quod aſſumto vel fortius vel debilius eſt eidem capſulæ cavæ inſeratur, & tantæ fiat longitudinis, ut illam repleat, ita ut ſibi relictum in *D* hæreat, & tentetur aliud pondus, quod *e* vocabo, ut fundus mobilis ex *D* ad *B* deſcendat, tunc ratio elaterum per rationem ponderum fundo mobili impoſitorum exprimetur. Jam capſulæ cum ſuis elateribus incluſis horizontaliter jaceant fig. 9. & ratio elaterum ſit *E* & *e*, i. e. elaſti-



ca vis prioris, quæ pondus E in C conſervat eſt ad vim elaſticam poſterioris, quæ pondus e in c conſervat (ubi $DC = dc$) ſunt uti hæc pondera E & e, jam his diverſarum virium elaſtris objiciantur maſſæ inæquales M & m, primum elaſtrum ſuam maſſam objectam M conſervat apud B, & ſecundum elaſtrum maſſam m apud b, jam vis aliqua externa accedat, quæ maſſam M trudat, ut fundus mobilis perveniat ad F, erit f punctum *homologum* in altera figura, quod invenitur $DB : DF = db : df$ * Jam vero in caſu ſubſtrato eſt

$$CD : BD = E : V.$$

& $cd : bd = e : v.$ Cum vero bd ex * formula ſit $\frac{DB \times df}{DF}$, abibit hæc formula in $cd : \frac{DB \times df}{DF} = e : v.$ & cum per hypotheſin ſint CD & cd lineæ æquales, erunt

$$V : v = \frac{E \times BD}{CD} : \frac{e \times df \times DB}{DF \times cd} \text{ vel}$$

$$V : v = E \times DF : e \times df. \text{ jam vero eſt ex hypoth.}$$

$$dS : ds = FB : fb = FD : fd, \text{ hinc}$$

$$\text{I. } FD : fd = dC \times dT : dc \times dt$$

$$\text{II. } dC : dc = \frac{E \times FD \times dT}{M} : \frac{e \times fd \times dt}{m}$$

& multiplicando utramque formulam motus in ſe, habebimus $\frac{E \times dT^2}{M} = \frac{e \times dt^2}{m}$; $\frac{E}{M} : \frac{e}{m} = dt^2 : dT$. Ergo quadrata temporum ſunt in ratione directa maſſarum & reciproca elaterum, vel tempus aſcenſus elaſtri erit eo minus, quo major eſt ejus vis elaſtica, & quo minorem habet oppoſitam maſſam movendam.

Cor.

Si nunc etiam celeritates ab elaſtris genitas inter ſe conferre velimus, ſumatur formula

dC



$dC : dc = \frac{VdT}{M} : \frac{vdt}{m}$, vel cum ex § antecedenti $dT : dt = \sqrt{\frac{M}{E}} : \sqrt{\frac{m}{e}}$, erit $dC : dc = \frac{V}{M} \sqrt{\frac{M}{E}} : \frac{v}{m} \sqrt{\frac{m}{e}}$, vel $dC^2 : dc^2 = \frac{V^2}{M^2} \times \frac{M}{E} : \frac{v^2}{m^2} \times \frac{m}{e}$; $dC^2 : dc^2 = \frac{V^2}{ME} : \frac{v^2}{me}$; V vero eſt proportionalis $E \times FD = E \times dS$, hinc $dC^2 : dc^2 = \frac{E \times dS^2}{M} : \frac{e \times ds^2}{m}$

Cor.

Si in hac ultima propoſitione dS & ds ſint ſpatia æqualia, tum celeritatum ab elaſtris genitarum quadrata erunt ut $\frac{E}{M}$ ad $\frac{e}{m}$; ſi $E = e$, & $M = m$, erunt celeritates acquiſitæ uti ſpatia percurſa.

§ 36.

Progredimur ad motum corporum cœleſtium, & ad facilius ſubducendos calculos noſtros ponamus planetas primarios noſtros in circulis concentricis circa ſolem in centro poſitum incedere, motu uniformi vel æquabili, eædem regulæ motus adhuc locum habebunt, quæ ſupra. Si vis Solis, quæ planetarum motum projectilem rectilineum convertit in curvilineum, & quæ diverſa eſt in variis à ſole diſtantiis dicatur V, v, prima regula motus

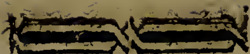
$S : s = CT : ct$ convertitur in hanc, uti monui §. 17.

I. $D : d = CT : ct$

II. $C : c = \frac{VT}{M} : \frac{vt}{m}$ & I & II in ſe invicem multipl.

$D : d = \frac{VT^2}{M} : \frac{vt^2}{m}$ vel

$\frac{MD}{T^2} : \frac{md}{t^2} = V : v$ hæc comparatio virium vocatur theo-



rema HVGENIANVM, & ſi cum hoc KEPLERIANVM, quod labore ſummo & tandem fortuito invenit Auctor $T^2 : t^2 = D^3 : d^3$ combinetur, obtinemus Propoſitionem NEWTONIANAM $\frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2} = V : v$ i. e. vis ſolis centralis decreſcit uti quadrata diſtantiarum à ſole creſcunt, in planetam duplo intervallo remotiorem ſolis attractio eſt quadruplo debilior &c.

§. 37.

Hac lege gravitatis univerſalis ſtabilita NEWTONIANA inveſtigavit Philoſophus Anglus, in quibus lineis planetæ & cometæ circa ſolem moveantur, & invenit, vias eorum eſſe ſectiones conicas, in quarum foco communi centrum ſolis poſitum ſit, quæ ſunt curvæ omnium ſimpliciſſimæ, quia æquatione ſaltem quadratica exprimuntur; idemque geometra demonſtravit, ſi alia lex gravitatis locum haberet, etiam planetas & cometas circa ſolem deſcripturos eſſe lineas curvas multo abſtruſiores v. g. ſi gravitas univerſalis decreſceret, uti cubi diſtantiarum à ſole creſcunt, tum viæ planetarum forent *Spirales* varii generis, vel ordinariæ, vel logarithmicæ, vel hyperbolicæ, vel aliæ curvæ tranſcendentes & Aſtronomo labor conficiendi Calendarium vel Ephemerides tum difficillimus eſſet. Feliciter igitur obtinet theoria gravitatis NEWTONIANA.

§. 38.

Philoſophus Anglus deinde problema inverſum examinavit; Poſito motu planetarum in ſectionibus conicis, quæritur lex gravitatis, & invenit, creſcentibus diſtantiis gravitatem decreſcere debere ſecundum theoriam ſuam. Sectiones conicæ, quas planetæ circa ſolis centrum deſcribunt, ex motu eorum primo vel projectili & lege gravitatis ita determinantur; Sit y diſtantia planetæ à centro ſolis SP, & poſito ſinu toto vel radio 1, ſinus anguli, quem linea centra ſolis & planetæ jungens, & ea ſecundum quam planeta projectus fuit, inter ſe formant, SPC ſit s, moveatur planeta vel cometa in P ad Cr ea celeritate, quam acquireret corpus grave apud nos, ſi ex altitudine v libere decideret; ſit denique f diſtantia à centro ſolis, in qua attrahens vis ſolis eſt æqualis gravitati in ſuperficie Telluris, & §. 36. (ſi

vis

vis solis sit P & vis telluris p) $P : p = \frac{M}{D^2} : \frac{m}{d^2}$ jam secundum demonstrata Newtoni $M = 227312$. major massa telluris sit $m = 1$, & $\frac{1}{2}$ diameter telluris pariter 1, erit $\frac{1}{1} = \frac{227312}{f^2}$ vel $f^2 = 227312$ & $f = 477$ semidiam. terræ. His omnibus positis erit axis transversus orbitæ planetæ $= \frac{ffy}{ff-vy}$ & axis conjugatus $= 2sy\sqrt{\frac{vy}{ff-vy}}$.

Si igitur $\frac{ff}{y} = v$, corporis motus absolvetur in parabola, quia axis transversus ejus fit infinitus; si $\frac{f^2}{y}$ est major quam v, axis transversus fit finitus & affirmativus, & planeta describet ellipsin, quæ vel magis vel minus excentrica erit, prouti axis transversus & conjugatus magis vel minus inter se differunt, & orbita potest fieri circularis si $\frac{ffy}{ff-vy} = 2sy\sqrt{\frac{vy}{ff-vy}}$ vel $\frac{f^4}{ff-vy} = 4s^2vy$. Denique si $\frac{f^2}{y}$ minor est v, tunc axis transversus orbitæ fit negativus, & cometa feretur in hyperbola, & facile patet, diversitatem orbitarum pendere à v sive celeritate, qua projectus fuit planeta, vid. *Mechanica* EVLERI Anno 1736. edit. Tom. I. Cap. V. Prop. 81 § 656.

Ex.

Orbita Telluris annua circa solem à vi quadam externa accedente, eique novam celeritatem imprimente, in parabolam converti posset, quod ex sequentibus concludi potest. Ponamus radium orbitæ Telluris = 22000. semidiam. ♁ & semid. ♁ = 20302353 pedum rhenanorum, adeoque radium orbitæ Telluris = 22000 × 20302353 pedibus rhenanis expressum, dato hoc radio circuli potest peripheria competens computari, quot pedes rhenanos ea complectatur, jam nota est quantitas anni solaris vel tempus terræ periodicum circa solem, quod in minuta secunda convertatur, deinde instituitur hæc regula de tri.

In tot minutis secundis temporis absolvitur tota peripheria pedibus rhenanis expressa, in uno minuto temporis secundo quot pe-



des rhen. à Terra percurruntur, & adminiſtrato calculo inveniemus, Terram in ſua orbita abſolvere quolibet minuto temporis ſecundo 88923. ped. rhen. jam ſi majori velocitate Tellus in ſua orbita incederet v. g. ſi percurreret 114557. ped. rhen. quovis minuto temporis ſecundo, ejus via foret parabola, in cujus foco centrum Solis; in hoc caſu $\frac{f^2}{y} = v$; $\frac{f^2}{y} = \frac{(477)^2}{22000} = \frac{227529}{22000}$ ſemidiam. telluris, jam data altitudine v, partibus milleſimis pedis rhen. expreſſa, ex qua corpus libere decidit, ejus celeritas hoc lapſu acquiſita $= 250\sqrt{\left(\frac{227529}{22000} \times 20302353000\right)} = 250$ $\sqrt{\left(\frac{227529}{22} \times 20302353\right)} = 114557$ ped. rhen. vid. Tom. I. Phyſ. KRAFT. § 148;

$l.$ 227529	=	5. 3570368
$l.$ 20302352	=	7. 3075463
		12. 6645831
$l.$ 22	=	1. 3424227
		11. 3221604
$l.\ \sqrt{}(227529.20302352)$	=	5. 6610802
$l.$ 250	=	2. 3979400
		8. 0590202

& cum hic logarithmus indicet partes milleſimas pedis rhen. ſubtrahamus à caracteriſtica 3, & habebimus ipſos pedes rhenanos, jam vero 5. 0590202 reſpondent in numeris 114557, & ſi telluri adhuc major celeritas imprimeretur, ejus via parabolica in hyperbolicam tranſiret. Recte ergo WHISTONUS: *cognita* inquit, *corporis ad diſtantiam quamvis à foco celeritate cognoſcetur trajectoriæ figura.*

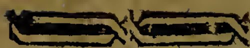
§. 39.

Illuſtremus nunc etiam motum fluidorum & quidem guttularum pluviarum per aërem cadentium. Cel. KRAFT in Tom. I. Phyſ. §. 431. ſcribit: *Ponamus nubem elevatam eſſe ad* 6000 *pedes, inveniretur ex natura gravitatis celeritas in fine hujus ſpatii* 612 *pedum, æqua-*

qualis celeritati globi e tormentario bellico explosi, qualis certe non servatur, sed longe minor & hinc cavetur, ne partes plantarum teneres lædantur & discerpantur à pluvia.

§. 40.

Supponenda hic sunt quædam principia, ex celebribus illis *Memoires de l'Academie Royale des sciences de Paris Année* MDCCXXVIII- excerpta. Duo solida similia sunt inter se, uti cubi laterum homologorum, & superficies illorum, uti quadrata laterum homologorum; in quo plures partes corpus dividitur, eo magis augetur illius superficies, & proinde quo minora fiunt corpora, eo majorem habebunt superficiem, quam corpus integrum. PITOT, qui hanc materiam exhausisse videtur l. c. ita ratiocinatur. Sint duo globi, quorum majoris latus sit 2, minoris 1, superficies majoris erit 4, & ejus soliditas 8; superficies minoris erit 1 & ejus soliditas pariter 1. Ratio superficiei majoris ad suam soliditatem erit 4 : 8. & ratio superficiei minoris ad suam soliditatem erit 1. Jam $\frac{1}{2}$ est ad 1, uti 1 est ad 2 h. e. major cubus habet duplo minorem superficiem, quam minor cubus. Quæcunque etiam exempla considerentur, semper videbimus, numeros, qui exprimunt, quoties major cubus habeat minorem superficiem ad soliditatem suam, quam minor cubus ad suam, esse in ratione laterum utriusque cubi. Major ergo cubus habet minus superficiei respectu soliditatis suæ, quam minor respectu suæ & quidem secundum rationem lateris minoris cubi ad latus majoris. Hanc regulam demonstrat PITOT in parallelepipedis, globis, cylindris, conis &c. & applicari ea posset ad prismata, pyramides, omnia genera sphæroidum, immo etiam ad corpora irregularia, dummodo illa solida, quorum superficies comparantur, similia sint. Calculo deinde probat, quod numero partium dato, in quas divisum est solidum radix cubica illius numeri futura sit quantitas qua superficies solidi sit augenda. Sit e. g. pollex cubicus alicujus materiæ vel solidæ vel fluidæ in partes 10000000000, radix cubica hujus numeri est 2154 fere; hinc superficies cubi in tot particulas discerpti debet multiplicari per 2154, & si superficies sit *m* poll. quadrat. reducatur ad ped. quadr. per 2154 : 1441, = 15 ped. quadr. si pro pede quadrato assumantur 144 pollices quadrati, hinc super-



superficies cubi in tot particulas discerpti $= 6(15)$ ped quadr. qui pollex cubicus antea habebat 6 pollices quadratos pro superficie.

§. 41.

Sit pes cubicus aquæ divisus in partes 1000000000, quam divisionem Nieuwentyt in tractatu de *existentia Dei ex mirabilibus natura demonstrata* invenit. Superficies ergo erit aucta 2154ies, quod producit 90 pedes quadratos. Pollex cubicus aquæ ponderat $\frac{1}{24}$ ℔. vel 384grana, quælibet ergo particula aquea erit in eodem statu, ac si parvum corpus 384 grana ponderans opponeret aeri superficiem 90 pedum quadratorum.

$90 : 384 = 1 : 4\frac{4}{15}$ pro uno pede quadrato. Latus baseos unius pedis quadrati exprimatur per partes millesimas pedis rhenani $= 1000 = a$ erit pes quadratus in eadem quantitate $1000000 = a^2$. Cum 1 pes cubicus aeris ponderet 585 grana, pars millesima cubica pedis aeris $= \frac{1}{1000000000}$ ponderabit $\frac{585}{1000000000}$ gr. hoc pondus dicamus m, & altitudinem debitam celeritati aeris $= v$ unde nascitur pressio aeris in pedem quadratum $a^2 mv$, & hæc pressio aeris ad æquilibrium servandum debet esse æqualis $4\frac{4}{15}$ gr. quæ aquaj natans ponderat; hinc $4\frac{4}{15} = a^2 vm$ vel $4\frac{4}{15} = 1000000 \left(\frac{585}{1000000000}\right) v$ vel $\frac{38400}{9(585)} = v$; ex hac altitudine celeritati debita invenitur ipsa celeritas $250\sqrt{v}$ vid. Tom. I. *Phys. Kraft* §. 148.

$$\tfrac{1}{2}\, l\, v = 0.4314664$$
$$l.\,250 = 2.3979400$$
$$l.\,250.\sqrt{v} = 2.8294064$$

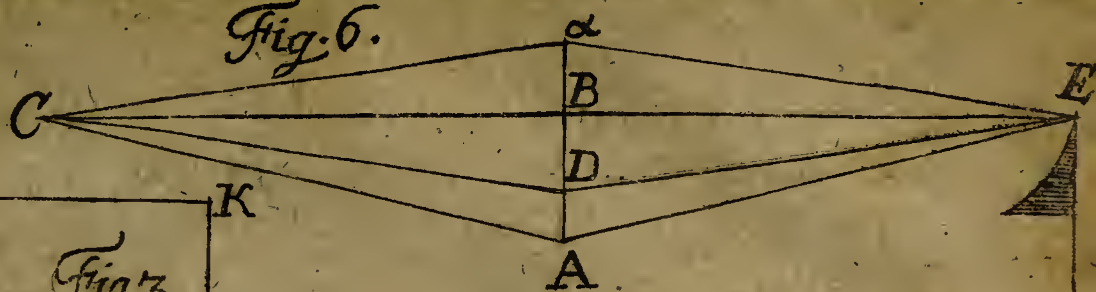
& numerus ipse 673; ergo celeritas particulæ aquæ tanta est, qua uno minuto temporis secundo percurruntur 673 partes millesimæ pedis rhen. quæ exigua admodum celeritas est, & quæ per observationes cadentis pluviæ confirmatur.

Errat.
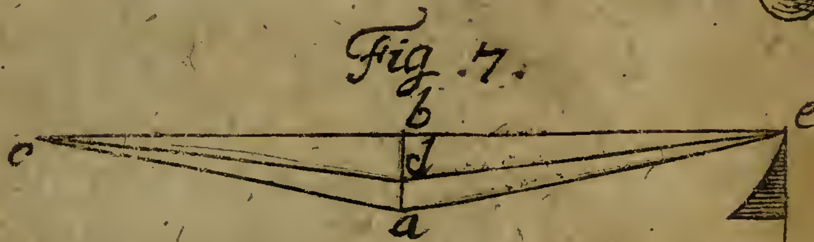
Pag. 4. § 4. lin. 7. $\sqrt[8]{}\ \sqrt[8]{(p^7q)}$ leg. $\sqrt[8]{(p^7q)}$

Pag. 8. § 14. lin. 7. $\frac{M - cmC}{M+m}$ leg. $\frac{Mc - mC}{M+m}$


Fig. 6.
α
B
D
A
C
E
P

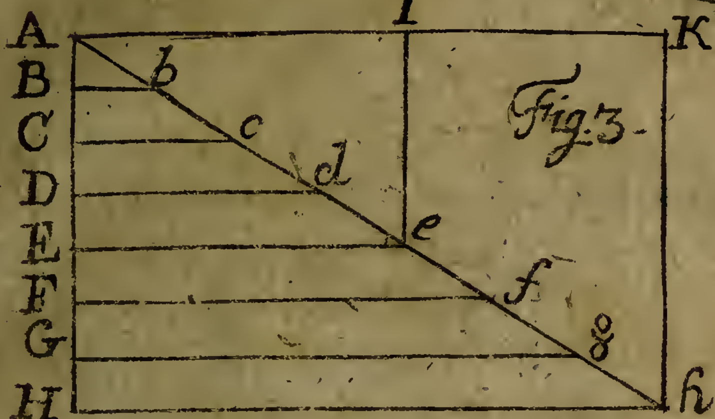
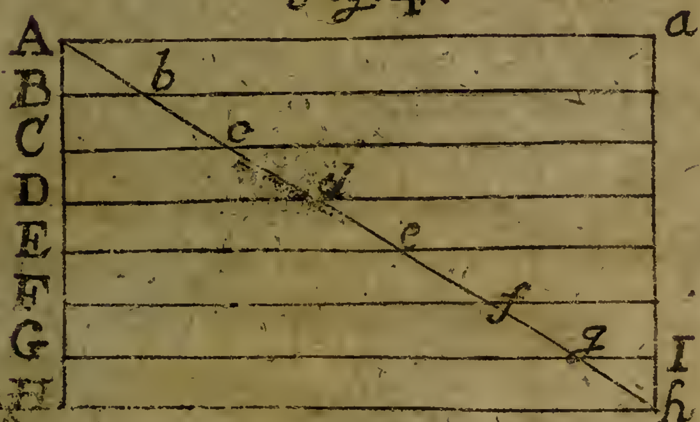
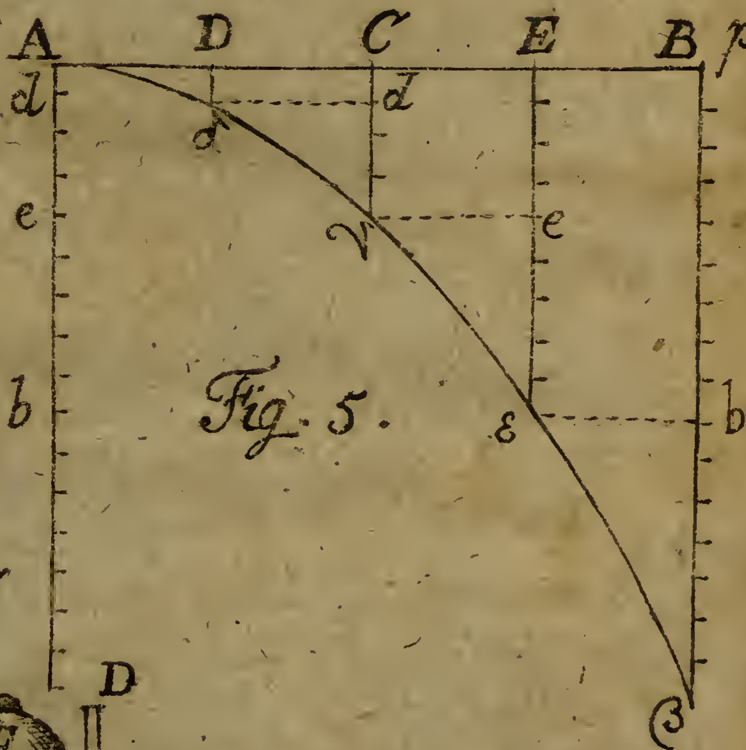

9
8
7
6
5
4
A
B
C
D
E
F
G
H
I
K
b
c
d
e
f
g
h
Fig. 3.


Fig. 7.
b
d
a
c
e


3
2
1
Fig. 4.
A
B
C
D
E
F
G
H
a
b
c
d
e
f
g
I
h


A
D
C
E
B
p
d
δ
d
e
γ
e
b
Fig. 5.
ε
b
D
ϛ

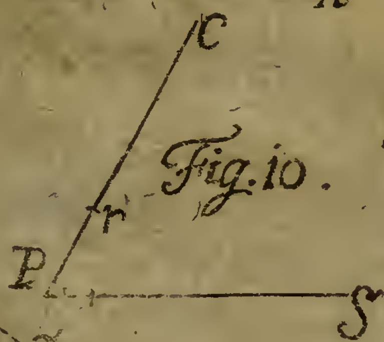
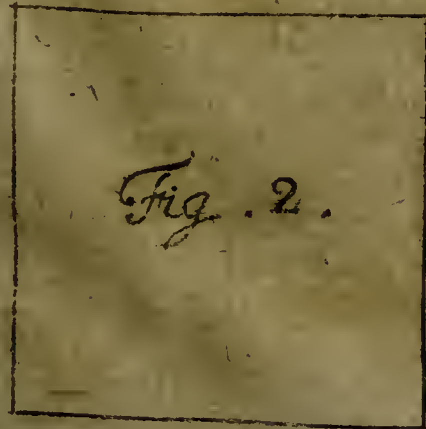
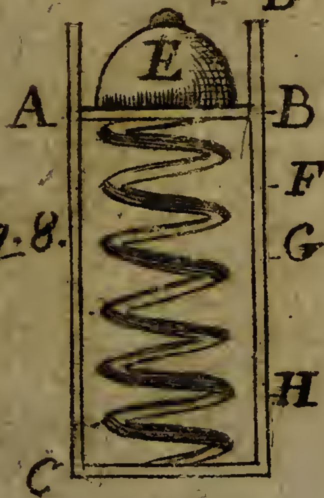
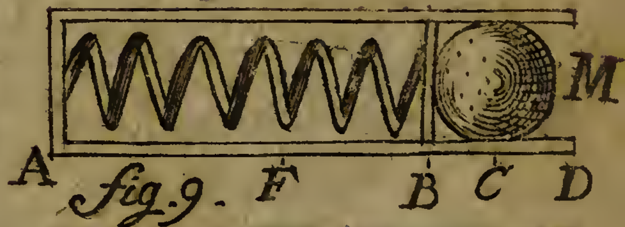
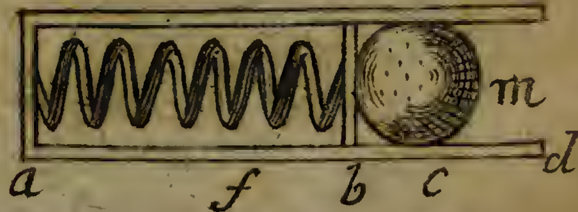

C
Fig. 10.
r
P
S

Fig. 1.


B
Fig. 2.
A


D
E
A
B
F
Fig. 8.
G
H
C


M
A
fig. 9.
F
B
C
D


m
a
f
b
c
d